مستوى التفكير الجبري والأخطاء الجبرية الشائعة المصاحبة له لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر) في مدينة الرياض

إعداد
سعاد مساعد الأحمدي
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المشارك
بجامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية
smahmady@imamu.edu.sa

مستخلص الدراسة:

هدفت الدراسة إلى تحديد مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر)، وتحديد الأخطاء الجبرية الشائعة لديهن، وتم تطبيق مقياس للتفكير الجبري في نهاية العام الدراسي ١٤٤٠هـ على عينة الدراسة المكونة من(٦٧٤) طالبة تم اختيارهن عشوائيًا من المدارس الحكومية في مدينة الرياض، وأظهرتْ نتائجُ الدراسة تدنيًا في مستوى التفكير الجبري لدى عينة الدراسة الكلية، ونموًّا في مستوى التفكير الجبري بين طالبات الصف العاشر مقارنةً بطالبات الصفين الثامن والتاسع، وهذا النمو لم يتحقق لدى طالبات الصف الثامن والتاسع؛ حيث ظهر تقدم مستوى طالبات الصف الثامن مقارنة بالصف التاسع، كما أظهرت الدراسة أنَّ الأخطاء الجبرية الشائعة لدى عينة الدراسة يغلب عليها الأخطاء المفاهيمية المتعلقة بالمتغير، والإشارة السالبة، ومفهوم الدالة، كما أنَّ هذه الأخطاء تزيدُ ثباتا بتقدُّم المرحلة الدراسية.

الكلمات المفتاحية:

الجبر، التفكير الجبري، الأخطاء الجبرية الشائعة، المتغيرات، الأخطاء المفاهيمية الجبرية.

The Level of Algebraic Thinking and the Common Algebraic Errors Associated with it for Female Students in Grades (8, 9 and 10) in the City of Riyadh "A Cross-sectional Growth Study"

Abstract:

The aim of the study was to determine the level of algebraic thinking among the female students in grades (8, 9 and 10), and to identify their common algebraic errors. The Algebraic Thinking Scale was implemented at the end of the academic year 1440H on the sample of 674 randomly selected female students from government schools in Riyadh. The results of the study showed a low level of algebraic thinking for total sample of study, and that there was a growth in the level of algebraic thinking among the female students in the tenth grade compared to the eighth and the ninth grades, and this growth was not achieved between the eighth and the ninth grade female students and appeared in the level of 8th grade female students improved compared to the ninth grade. The study also showed that the common algebraic errors for the sample of the study are mostly conceptual errors related to the variable and the negative sign and the concept of the function, and the stability of these errors Increases as the school stage progresses.

key words:

Algebra, algebraic thinking, common algebraic errors, variables, Common algebraic misconceptions

المقدمة والإطار النظري:

لقي تعليم الجبر بوصفه أحد فروع محتوى الرياضيات المدرسية الهامة اهتمام العديد من التربويين؛ إذ عدُّوه نقطةً محورية في تعليم الرياضيات، وأداةً للتفكير تساعد الطلاب على التعبير عن المواقف، وتمكنهم مِن حل المشكلات، واستخدام الاستدلال؛ لفحص العلاقات والأفكار الجبرية. (Cheng-Yao,Yi-Yin&YuChun,2014;Strand&Mills,2014;NCTM,2000).

وهذا ما دعت إليه مبادئ ومعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) وأكدت على ضرورة تضمين الأفكار الجبرية في المناهج الدراسية مِن الصف الأول إلى الصف الثاني عشر، على أنْ يتم تعلُّم الجبر كمجموعةٍ مِن المفاهيم والتقنيات المرتبطة بتمثيل العلاقات الكمية، وبوصفه أسلوبًا للتفكير الرياضي، كما أوصت بأنْ يركِّز تعليم طلاب المدارس المتوسطة تركيزًا خاصًا على مفاهيم التعلُّم في علم الجبر(NCTM,2000,296).

وقد تعددت تعريفات الجبر، ومن ذلك تعريف سجات، ودافز، وقولدنق (Suggate,Davis,&Goulding,2006,127) اللذين عدُّوا الجبر مجموعةَ أدواتٍ مدمجة وفعالة في حل المشكلات (النظرية والإجرائية)، أما كابوت (Kaput,2008,11) فقد نظر للجبر كجانبين أساسيين، هما: الترميز والتعميم؛ بحيث يُستخدم الترميز في الرموز وحلِّ المشكلات لتمثيل الأفكار الرياضية؛ أما التعميم فيضم ثلاثة مكونات: تعميم الحساب، والدوال، والنمذجة. أما يوسيسكن(Usiskin,1988,9-11) فقد حدَّد أربعة مفاهيم أساسية للجبر بحسب تطورها التاريخي: المفهوم الأول يرى الجبر كتعميم للحساب، وفيه يُعنى

بالإستراتيجيات الحسابية القائمة على المفاهيم، والنسبة والتناسب والتقدير، ويعدُّ المتغير نموذجًا عامًا، وتصبح الإرشادات الرئيسية للطلاب هي: ترجِم وعمِّم.

أما المفهوم الثاني فيرى الجبر كدراسة إجراءات حلِّ أنماطٍ معينة إبداعية من المشكلات، وهو ما يتطلب محاولة تعميم سؤال بعينه وحلِّه، وفي هذه الحالات تكون المتغيرات إما مجهولة أو ثابتة، وتكون الإرشادات الرئيسية "قم بالتبسيط وحل".

ويعتبر المفهوم الثالث الجبرَ دراسة العلاقة بين الكميات؛ لذا تتنوع المتغيرات، مثال: حساب مساحة المستطيل، فهي علاقة بين ثلاث كميات. ويكون لكلِّ متغير قيمٌ متنوعة ترتبط بالعلاقة التي يمثلها قانون المساحة.

بينما يرى المفهوم الرابع الجبر كبنية دالة، ونمذجة رياضية تُعنى بالبحث عن الأنماط والقواعد والتعبير عنها، وتعميمها في سياقات حقيقية، وتمثيل الأفكار الرياضية باستخدام المعادلات أو الجداول والرسوم البيانية والألفاظ.

ويتَّضح مما سبق: أنَّ الجبر لغة خاصة بالرياضيات، لها مفاهيمها وإجراءاتها التي تُستخدم استخدامًا مدمجًا لحلِّ المشكلات الرياضية.

كما لقي التفكير الجبري عناية واهتمام العديد من التربويين، ومن هؤلاء: كاربنتر، وليفي (Carpenter&Levi,2000,5) اللذين عرفاه بأنه: القدرة على إنشاء التعميمات، واستخدام الرموز؛ لتمثيل الأفكار الرياضية وحلِّ المشكلات. وقد أشار كريجلر (Kriegler,2002,1) إلى أنَّ التفكير الجبري يتكوَّن من مجالين: أحدهما: تطوير أدوات التفكير الرياضي: وهي مهارات حل المشكلات، ومهارات التمثيل، والآخر: هو دراسة الفكرة الأساسية للجبر المرتبطة بالمحتوى، وهي الجبر، بوصفه تعميمًا للحساب، والجبر بوصفه لغة للرياضيات، والجبر كأداة دالة ونمذجة رياضية. أما كابوت (Kaput,2008,11) فقد رأى أنَّ التفكير الجبري

يتشكَّلُ مِن تعميمات الطلاب وقدرتهم على التجرد مِن التفكير الحسابي والكمّي؛ لذا يتفاوت الطلاب في قدراتهم على تطوير المفاهيم الجبرية للحصول على أفكار جبرية أساسية، مثل: المجهول، والمتغيرات، والتكافؤ، والمعادلات، وعلاقات الدالة(Thompson,2013).

كذلك فقد رأى فان دي والي، وفولك، وكارب وباي، ويليمس(Van de Walle,Folk,Karp&Bay-Williams,2011) أنَّ التفكير الجبري يرتبط بتعميم العمليات الحسابية، ويعمل على الرموز التي تتضمن التعرف إلى أنماط العلاقات بين الرموز وتعميمها. أما ناتوشا (Natosha,2013) فيرى أنَّه استخدام الرموز والأدوات الرياضية؛ لتحليل المواقف المختلفة مِن خلال تمثيل المعلومات رياضياً بالكلمات، والرسوم البيانية، والجداول، والأشكال، والمعادلات، واستخدام النتائج الرياضية.

وبالرغم مِن تعدد تعريفات التفكير الجبري إلا أنَّ هناك اتفاقًا عامًا في استخدام الرموز وإنشاء التعميمات.

وقد حدد سميث وفيلب (Smith& Phillips,2000,157) عددا مِن المهارات الجبرية وعداها مجموعةً مِن الكفايات اللازمة؛ لتطوير القدرة على الحل الجبري، وهي القدرة على: (أ) تحديد الكميات التي تختلف في مواقف المشاكل، ووصف كيفية ارتباط تلك المتغيرات، (ب) وصف معدلات التغيير وتقاطعات y لتلك العلاقات ممثلة بالجداول والرسوم البيانية والتعبيرات الرمزية، (ج) التفكير وإقامة روابط بين تلك العروض، (د) فهم معادلة التعبيرات الجبرية بطرق متعددة، (هـ) فهم التعبيرات والمعادلات الجبرية المتعلقة بالسياقات التي تظهر فيها. أما الغافري والرواحي(٢٠١٧) فقد حددا مهارات التفكير الجبري في استخدام الرموز والعلاقات الجبرية، والتمثيل المتعدد، والأنماط، والتعميمات، وكذلك المعتم

والمنوفي(٢٠١٧) فقد حددا تلك المهارات بإدراك الأنماط، وتمثيل العلاقات والدوال الجبرية، والاستدلال المنطقي.

وبالرغم من العناية والاهتمام بتعليم الجبر ومهارته لدى الطلاب إلا أنَّ الهيئة الاستشارية الوطنية للرياضياتNMAP National Mathematics Advisory (Panel,2008) قد أوضحت أنَّ الكثير من طلاب المدارس المتوسطة أو الثانوية غير مستعدين بما يكفي لتعلُّم أساسيات الجبر، وأنَّ الأخطاء التي يرتكبونها عند محاولة حل المعادلات الجبرية تكشف عدم وجود فهمٍ ثابت للعديد من المبادئ الأساسية للحساب، بالإضافة لوجود صعوبات في فهم جملة التعبيرات الجبرية أو صياغتها، وقصورًا معرفيًا في إجراءات تحويل المعادلات. كما ذكر ستراند وميلز(Strand&Mills,2014) أنَّ الطلاب يفشلون في تحقيق الاستيعاب القرائي والكتابة الجبرية الأساسية، كما أظهرت الدراسة التي أجرتها منظمة الأمم المتحدة للطفولة والمعهد الوطني للتعليم أنَّ طلاب الصف السابع لديهم ضعف في الاستيعاب المفاهيمي للجبر National Institute of Education ([UNICEF&NIE],2014)، وأظهرت دراسة ستولنقا وليانن (Stoelinga&Lynn,2013) أيضًا أنَّ طلاب المرحلة الثانوية لديهم ضعف في الجبر.

لذا وجه المختصون عنايتهم بتحديد أسباب ضعف الطلاب في الجبر وتناولوها بالدراسة والتحليل، ومن ذلك ما أظهرته دراسة كانجيلوس وآخرين (Cangelosi et al,2013) من أنَّ ضعف المعرفة السابقة لدى الطلاب لها تأثير كبير في تحقيق النجاح المرغوب، وتسبب في وقوع الطلاب في أخطاء مستمرة، الأمر الذي يخفض من قدراتهم على تطوير وتعديل المفهوم المرتبط. كما يرى بوث ودافيبورت (Booth&Davenport,2013) أنَّ قصور المعرفة المفاهيمية قد تجعل الطلاب لا يتمكنون من تحديد الخصائص التي يجب التركيز عليها في الحل

تحديدًا صحيحًا و/ أو قد لا يتعاملون معها بجدية، وهذا ما يجعل الطلاب ذوي المعرفة المفاهيمية الأقوى هم الأفضل في حل المعادلات، والأقدر على تعلم إجراءات جديدة بسهولة أكبر مِن أقرانهم من ذوي المعرفة المفاهيمية الخاطئة،(Booth,Koedinger&Siegler,2007) فالطلاب حين يبنون أفكارًا أولية خاطئة أو مشوشة بناءً نشطًا في ضوء خبراتهم السابقة يكونون نظرياتهم الخاصة بهم التي تتداخل مع تعلم الرياضيات الصحيح، وعليه يشعرون بصعوبة التخلي عنها (Egodawatte,2011)، كما قد تحدث الأخطاء بسبب نقص المعنى لدى الطلاب، والتي يمكن تمييزها في: الأخطاء الجبرية الحسابية، واستخدام القواعد الإجرائية، والصياغات غير الصحيحة (الأخطاء الإجرائية)، والأخطاء بسبب خصائص اللغة الجبرية (الأخطاء البنائية)

(Barrera,Medina&Robayna,2004).

ويرى كودينجر، وناثان (Koedinger&Nathan,2004) أنَّ قدرة الطلاب على التمثيل تساهم في امتلاك التفكير الجبري، وأن ضعفهم في ذلك كان أحد الأسباب التي تجعلهم يجدون سهولة في حل المشكلات اللفظية أكثر مِن تمثيل المشكلة تمثيلًا رمزيًا.

وحيث إنَّ المفاهيم الجبرية الصحيحة هي القاعدة الأساسية التي يبنى عليها استيعاب الجبر بكل إجراءاته، وتتطلب إتقان المفاهيم الأساسية، مثل: التعبيرات الجبرية، والمتغيرات، والدوال، وخصائص الأعداد التي تعدُّ أفكارًا جبرية رئيسية تحتاج إلى بناء وتطوير دقيق لتأسيس قاعدة متينة؛ لحل المشكلات في الفصل الدراسي(Edwards,2000) ركز الباحثون على تحديد وتحليل المفاهيم الخاطئة الجبرية التي يواجهها الطلاب في مراحل التعليم العليا والمتوسطة والثانوية في تعلم الجبر؛ حيث أظهرت الدراسات أنَّ الأخطاء الجبرية التي يقع فيها الطلاب

تركزت في المفاهيم الأساسية، مثل: المتغيرات، التعبيرات، المساواة (Cushman,2006;Welder,2012;Strand&Mills,2014). واتفقت معهم دراسة بوث، وباربيرا، وإير (Booth,Barbieri,Eyer&Pare-Blagoev,2014) وأضافت مفهوم العلامة السالبة، والقواعد الرياضية، والكسر.

وقد تناولت الدراسات بعض الأسباب التي شكلت تلك المفاهيم الخاطئة، ومِن ذلك: قصور الطلاب وفهمهم الخاطئ لمفهوم المتغير، فمثلا: يعتقد الطلاب أنَّ ٧س تمثل ناتج جمع عددين ٧ وس، كذلك يظهر قصور فهمهم في استخدام الرموز بوصفها دلالة لشيء ثابت، مثل: ل تعني طول، م محيط وهكذا...، ومتى ما ظهرت هذه الرموز يربطها الطلاب دائما بهذا المعنى، كما يعتقد الطلاب أنَّ أيَّ حرف بمفرده يساوي ١، وهذا ناشئ مِن ربطهم لما يقوله المعلم مِن أنَّ س معاملها ١، وأكدوا على أنَّ الاستخدامات المتنوعة للمتغيرات تؤدي إلى تشويش التعبيرات الجبرية لدى الطلاب.(Welder,2012;Strand&Mills,2014) كما أكدت دراسة أوليف، وشيلمان (Olive&Çağlayan,2008) على أنَّ تلك الصعوبات في مفهوم المتغير متحققة في معظم الطلاب في الصفوف من ٦ إلى ١٠. ويرى كوشمان (Cushman,2006) أنَّ الطلاب يحتاجون إلى توضيح معنى المتغير، واستخداماته الصحيحة، (كاسم لشيء، أو مجهول منفصل، أو مجهول مرتبط، أو أعداد يتم تعميمها كقواعد، أو متغيرات مستقلة وتابعة في دوال)، ويؤكد على أنَّ صور المعادلات – وإن تشابهت– لابد أنْ يعي الطلاب وظائفها المختلفة.

كذلك يعدّ مفهوم المساواة من المفاهيم التي يعاني الطلاب مِن سوء فهمها؛ حيث أظهرت العديد من الدراسات وجود اعتقاد لدى الطلاب بأنَّ علامة المساواة تشير إلى العملية بدلاً مِن كونها علاقة تشير إلى التكافؤ، وهذا ما أظهرته دراسة فان أميروم(Van Amerom,2003) من أنَّ العديد من طلاب المدارس الثانوية يجدون صعوبة في تطبيق مفاهيم الجبر الأساسية لحل المعادلة؛ وذلك لضعف

كفاءتهم في إتقان خصائص المساواة، كما أظهرت دراسة نوث، والبالي، وهاتكيدور، وستيفنس (Knuth,Alibali,Hattikudur,&Stephens,2008) أنَّ الطلاب الذين لديهم نظرة علائقية لعلامة المساوة كانوا أكثر نجاحًا في حلِّ المشكلات مع المعادلات، وأنَّ طلاب الصف السادس والسابع لديهم مفهوم خاطئ لعلامة المساوة التي تعني إجراءات وليس علاقة، بينما يوجد تحسن لدى طلاب الصف الثامن. كذلك أظهرت دراسة بوث، وكودينقر Booth & (Koedinger,2008) أنَّ المفاهيم الخاطئة لطلاب المرحلة المتوسطة عن علامة المساواة والإشارة السلبية تمثل مشكلة في تعلمُّ حل المعادلات الجبرية، وتعيق تعلمهم لمواد جديدة. ويظهر قصور الطلاب في فهم الإشارة السالبة في كونهم يربطون العلامة السلبية فقط بالعملية الثنائية للطرح، وهذا ما أظهرته دراسة فلاسيس (Vlassis,2004) من أنَّ طلاب الصف الثامن يمكنهم بسهولة تفسير معنى الإشارة السالبة في التعبير 9 - n، لكن لديهم مشكلة عند تقديم –٩ بمفرده، وأكد على أنَّ هذه الصعوبات تستمر إلى سنوات الكلية.

ويشير بوث وكودينق (Booth&Koedinger,2008) إلى أنَّ بعض طلاب المرحلة الثانوية يبدؤون الدرس بمعرفة مفاهيمية غير صحيحة أو غير كاملة في علامة التساوي والعلامات السلبية التي يرتبط بها استخدام إستراتيجيات غير صحيحة ومتصلة بحل المعادلات الجبرية، وهذا يجعلهم يحلون عددًا أقل من المعادلات حلًّا صحيحًا، كما يواجهون صعوبة في تعلم كيفية حلها.

كما أظهرت نتائج دراسة إيجودويت (Egodawatte,2011) أنَّ طلاب الصف الحادي عشر يعانون من تعلم الجبر، وأنَّ السبب الرئيسي للأفكار الخاطئة عن المتغيرات هو عدم استيعاب المفهوم الرئيسي للمتغير في سياقات متنوعة. كما يتسبب البناء المجرد للتعبيرات الجبرية في العديد من المشكلات في استيعابهم ومعالجتهم في ضوء القواعد والإجراءات، كما يؤدي نقص استيعاب علامة

المساواة وخصائصها عند استخدامها في المعادلات إلى مشكلة رئيسية تعيق حل المعادلات حلًا صحيحًا، كذلك تعدُّ ترجمة المشكلات اللفظية من اللغة العادية إلى اللغة الجبرية من الصعوبات التي يواجهها الطلاب عند حل المشكلات اللفظية، وهذا ما يجعل الطلاب يعتمدون على أساليب التخمين، والمحاولة، والخطأ في حلِّ المشكلات الجبرية.

وقد سعت العديد من الدراسات إلى تحديد الأخطاء الأكثر شيوعا لدى الطلاب، ومن ذلك: دراسة (Booth,Barbieri,Eyer&Pare-Blagoev,2014) التي حددت فئات الأخطاء المفاهيمية بمفاهيم المتغيرات، والعلامة السلبية، والمساواة / عدم المساواة، والعمليات، والكسور، والخصائص الرياضية، وأظهرت نتائج الدراسة أنَّ أكثر وأبرز أخطاء الطلاب شيوعًا في المرحلة المتوسطة عند حل المشكلات في علم الجبر كانت أخطاء العلامات السلبية خلال العام الدراسي ككل، كما تميل أخطاء المساواة / عدم المساواة إلى الظهور مع اكتساب الطلاب المزيد من الخبرة في حل المعادلات (أو عدم المساواة)، وتستمر في الزيادة حتى نهاية العام الدراسي. كذلك أظهرت دراسة ليم (Lim,2010) أنَّ طلاب الصف الثامن ارتكبوا ١٢ نوعًا من الأخطاء عند تبسيط التعبيرات الجبرية، وشمل ذلك: إساءة تفسير الأس للمتغيرات والرموز، وأخطاء في تبسيط التعبيرات الجبرية التي تنطوي على الضرب، وأخطاء في أداء خاصية التوزيع في توسيع القوس، وفي خصائص الإشارة السالبة. أما دراسة ترهي (٢٠١٠) فقد أظهرت وجود عددٍ كبير من الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية؛ حيث حددتها في أربعة أنواع، هي: أخطاء مفاهيمية، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوعة أخرى. وكان أكثر الأخطاء شيوعا استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، والتطبيق الخاطئ للتعميمات، واستخدام تعميمات جبرية خاطئة، وكانت أعلى نسبة خطأ لدى طلاب الصف

الثامن هي الأخطاء المفاهيمية، بينما كانت لدى طلاب الصف العاشر أخطاء التعميمات بزيادة طفيفة عن الأخطاء المفاهيمية. ويضيف جارديلا (Gardella,2009) أنَّ لدى الطلاب صعوبة في فهم ترتيب العمليات؛ لأنهم لا يرون المعنى الكامن وراء هذا المفهوم، وهو ما يجعل الطلاب ينسون بسرعة كيفية تطبيق ترتيب العمليات في علم الجبر.

ويوضح باريرا، وميدنا، وروبانا (Barrera,Medina&Robayna,2004) أنَّ سبب ضعف الطلاب في الجبر قد يعود إلى أنَّ معلمي المدارس الابتدائية والمتوسطة لا يفهمون أن التفاصيل الدقيقة للمحتوى الحسابي الذي يقومون بتدريسه في المراحل الدراسية الأولى يمكن أنْ يؤثر تأثيرًا كبيرًا في المراحل التالية؛ حيث قد تؤثر سلبًا على قدرة طلابهم على الانتقال إلى الجبر، فالطريقة التي يستخدمها المعلمون في تبسيط الجبر في المراحل المبكرة تتأثر بالمحتوى الجبري والمعرفة التربوية للمعلم.. (Tennant&Colloff,2014)

ومما سبق، يتضح أنَّ الأخطاء المستمرة تعد مؤشراً على أنَّ الطلاب لديهم فهم مختلف عن المفهوم الأساسي، إنْ لم يتم كشفها ومعالجتها لدى الطلاب ستمتلك خاصية الثبات؛ لذا كان الكشف عن مستوى الطلاب، وتحليل الأخطاء التي يرتكبونها أثناء الحل إحدى الطرق المفيدة للبحث عن سبل معالجتها.

مشكلة الدراسة:

بالرغم من أنَّ الجبر من المواد الأساسية في محتوى الرياضيات المدرسية، إلا أنَّ نتائج الاختبارات الدولية لطلاب المملكة العربية السعودية Trends of the International Mathematics and Science Studies (Timms) منذ عام ٢٠٠٣– ٢٠١٥ أظهرت تدنيًا في مستوى تحصيل الطلاب في الرياضيات عمومًا، وكان الجبر هو الأدنى؛ حيث حصل طلاب الصف الثامن في اختبار عام ٢٠١١

على ٣٩٩ درجة، وفي عام ٢٠١٥ على ٣٩١ درجة دون المتوسط العام، وهذا يوضح أنَّ مستوى الأداء الجبري للطلاب كان منخفضاً جدًا، وزاد هذا الانخفاض مع تقدم الزمن، كما أظهرت دراسة البرصان والعتيبي وعبد والشايع(٢٠١٧) أنَّ مستوى الجبر لدى طلاب وطالبات المرحلة المتوسطة كان في مستوى المبتدئ. وحيث أنَّ أخطاء الطلاب الجبرية إنْ لم تكتشف ستحمل خاصية الثبات ارتأت الباحثة الكشف عن مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر)، وتحليل الأخطاء الجبرية لديهن، وتحديد مدى ثباتها مع تقدم الزمن في محاولة للكشف عن أسباب الضعف الذي يعاني منه الطالبات في تحصيل الرياضيات.

وبناءً على ذلك تم تحديد مشكلة الدراسة في تدنى مستوى التفكير الجبرى والأخطاء الجبرية الشائعة المصاحبة له لدى طالبات الصف (الثامن، التاسع، العاشر) في مدينة الرياض

أسئلة الدراسة :

السؤال الأول: ما مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) في مدينة الرياض؟

السؤال الثانى: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) في مستوى نمو التفكير الجبري؟

السؤال الثالث: ما الأخطاء الجبرية الشائعة؟ وما أنماط تكرارها لدى طالبات الصف (الثامن والعاشر)؟

أهداف الدراسة:

هدفت الدراسة إلى التعرف على مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر) في مدينة الرياض، وتحديد المفاهيم الجبرية الخاطئة

والشائعة؛ في محاولة للكشف عن مدى نمو مستوى التفكير الجبري مع تقدم المرحلة الدراسية، ومدى تطور وتعديل الأخطاء الشائعة.

أهمية الدراسة:

تظهر أهمية الدراسة مِن أهمية علم الجبر والتفكير الجبري لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر)، كما قد تخدم نتائج الدراسة المعلمات والمشرفات في التركيز على المفاهيم الجبرية الخاطئة، وسبل الكشف عنها بما يسهم في تطوير التفكير الجبري ومعالجة الأخطاء الشائعة، كما قد تساعد المختصين في تعليم الرياضيات في العناية بالتفكير الجبري، ومعالجة أخطائه، وبناء البرامج المناسبة لذلك.

مصطلحات الدراسة:

التفكير الجبري:

هو قدرة طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) على استخلاص المعلومات والتعبير عنها باستعمال الرموز والإجراءات المناسبة، وتمثيلها، وتفسيرها، وحل المشكلات الرياضية مِن خلال توظيف مهارات التفكير الجبري المتمثلة في فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية، وتمثيل العلاقات والدوال الجبرية، والاستدلال المنطقي، والتي تقاس مِن خلال المقياس المعد مِن قبل الباحثة.

الأخطاء الجبرية الشائعة:

هي الإجابات الخاطئة التي تتكرر بين أكثر مِن ٣٠% من الطالبات (أفراد العينة)، والتي قد تكون أخطاء مفاهيمية، أو أخطاء تعميمات، أو أخطاء إجراءات، وتقاس بمقياس التفكير الجبري المعد من قبل الباحثة.

الأخطاء المفاهيمية:

هي الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية: (المتغير، المساواة، الإشارة السالبة، ترتيب العمليات، الدالة) والناتجة عن الخلط بين المفاهيم، أو سوء التعامل مع الإشارات والرموز الجبرية، أو تطبيق قواعد ليس لها أساس رياضي.

أخطاء التعميمات:

هي استخدام تعميمات خاطئة لقواعد جبرية، مثل: قانون توزيع الضرب على الجمع.

الأخطاء الإجرائية:

هي الخطأ في العمليات الجبرية الأساسية التي يستخدمها الطلاب؛ لإيجاد ناتج مقادير جبرية، أو حل معادلات، أو حل مسائل ومشكلات جبرية.

<u>حدود الدراسة:</u>

الحدود المكانية والزمانية:

طُبِّقت الدراسة على طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) في المدارس الحكومية بمدينة الرياض، في نهاية العام الدراسي ١٤٤٠هـ.

الحدود الموضوعية:

اقتصرت الدراسة على قياس مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر) في المحتوى الجبري المتوفر في مقرر رياضيات الصف السابع والثامن، طبعة ١٤٤٠هـ، وتم القياس وفق المهارات الجبرية الثلاث: فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية، وتمثيل العلاقات والدوال الجبرية، والاستدلال المنطقي.

كما اقتصر تحديد الأخطاء الشائعة والمكررة في الصفوف (٨، ٩، ١٠) على ثلاثة أنواع من الأخطاء الشائعة: (المفاهيمية، والتعميمات الجبرية، والإجراءات).

منهج الدراسة:

تم استخدام المنهج الوصفي – دراسة نمو مستعرضة- وتطبيقه على طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر).

مجتمع الدراسة:

جميع طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) بالمدارس الحكومية في مدينة الرياض في العام الدراسي ١٤٤٠هـ.

عينة الدراسة:

تكونت عينة الدراسة من ٦٧٤ طالبة من صفوف (٨-١٠)، منهم ٢٢٩ طالبة في الصف الثاني المتوسط، و٢٢٢ طالبة في الصف الثالث المتوسط، و٢٢٣ طالبة في الصف الأول الثانوي، وقد تم اختيارهن عشوائيًا من خمسة مكاتب إشرافية في مدينة الرياض، وهي: مكتب إشراف غرب، شمال، وسط، جنوب، وشرق.

أداة الدراسة:

بعد اطلاع الباحثة على نماذج الدراسات التي تناولت مقاييس التفكير الجبري، أو الأخطاء الجبرية الشائعة، مثل:

(Booth&Koedinger,2008;Lim,2010;Egodawatte,2011;Booth,Barbieri,Eyer&Pare-Blagoev,2014)

وبعد مراجعة الكفايات الجبرية للصفوف (٧-٩) المحددة في مصفوفة المدى والتتابع لمادة الرياضيات وفق سلاسل ماقرهيل(٢٠١١)، ومراجعة المحتوى

الجبري في الصفوف (٨، ٩، ١٠)، أعدت الباحثة مقياسًا للتفكير الجبري مكون من (١٧) سؤالاً جميعها اختيار من متعدد، لكل سؤال أربعة بدائل، واحدٌ منها فقط يمثل الإجابة الصحيحة؛ أما بقية الاختيارات فتتناول الأخطاء الجبرية الشائعة، ويأخذ الاختيار الصائب درجةً واحدة، وبقية الاختيارات الخاطئة (صفر) درجة.

وتقيس أسئلة هذا المقياس ٣ مهارات أساسية للتفكير الجبري، والجدول الآتي يوضح أرقام أسئلة المهارات الأساسية والمهارات الفرعية:

جدول (١): مهارات التفكير الجبري والأسئلة الخاصة بكل مهارة

..	مهارات التفكير	المهارة الفرعية	رقم السؤال
١	تمثيل العلاقات والدوال	(١-١) التعرف إلى الدوال، والمقارنة بين تمثيلاتها وتكافؤها.	٣، ١٣
		(١-٢) تمثيل الدوال رمزيا.	٤، ٢
		(١-٣) تمثيل الدوال بيانيا أو جدوليا.	١، ٥
٢	فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية	(٢-١) تمثيل وفهم العلاقات الكمية.	٦، ٨، ١٠، ١٧
		(٢-٢) استخدام المتغيرات؛ للتعبير عن مواقف حياتية.	٧، ١١، ١٤
٣	الاستدلال المنطقي لحل المشكلات	(٣-١) حل المشكلات الجبرية.	٩، ١٢، ١٥، ١٦

وقد تم عرض المقياس على مجموعةٍ مِن المحكمين المختصين بمناهج وطرق تدريس الرياضيات، وتم إجراء التعديلات اللازمة مِن صياغة أو تعديل.

كما تم تطبيق المقياس على عينة الدراسة الاستطلاعية (٩٠ طالبة من طالبات الصف الثاني والثالث المتوسط، والصف الأول الثانوي)، وتم حساب الخصائص السيكومترية (معاملات الثبات والصدق) لمقياس التفكير الجبري، على النحو الآتي:

أولاً: حساب ثبات أسئلة مقياس التفكير الجبري:

تم حساب ثبات أسئلة مقياس التفكير الجبري باستخدام حساب معامل كودر–ريتشاردسون ٢٠ Kuder-Richardson20.

ثانيًا: حساب صدق مقياس التفكير الجبري:

تم حساب صدق الأسئلة لاختبار مهارات التفكير الجبري عن طريق حساب معامل الارتباط بين درجة كل سؤال، والدرجة الكلية للبُعد الذي ينتمي إليه في حالة حذف درجة السؤال مِن الدرجة الكلية للبُعد الذي يقيسه، والجدول رقم (٢) يوضِّح معاملات ثبات وصدق مقياس التفكير الجبري:

جدول (٢): معاملات ثبات وصدق أسئلة مقياس التفكير الجبري (ن = ٩٠).

السؤال	معامل كودر–ريتشاردسون ٢٠ (الثبات).	معامل الارتباط درجة السؤال بالدرجة الكلية للاختبار عند حذف درجة السؤال (صدق).
١	٠,٧٨٩	**٠,٣٢
٢	٠,٧٨٩	**٠,٣٢
٣	٠,٧٨٤	**٠,٣٨

السؤال	معامل كودر- ريتشاردسون ٢٠ (الثبات).	معامل الارتباط درجة السؤال بالدرجة الكلية للاختبار عند حذف درجة السؤال (صدق).
٤	٠,٧٨٤	٠,٣٨**
٥	٠,٧٨٣	٠,٤٠**
٦	٠,٧٧٩	٠,٤٥**
٧	٠,٧٧١	٠,٥٥**
٨	٠,٧٨٦	٠,٣٦**
٩	٠,٧٨٣	٠,٤١**
١٠	٠,٧٨٤	٠,٣٩**
١١	٠,٧٨٦	٠,٣٦**
١٢	٠,٧٨٤	٠,٤٠**
١٣	٠,٧٨٩	٠,٣١**
١٤	٠,٧٨٣	٠,٤١**
١٥	٠,٧٨٩	٠,٣٠**
١٦	٠,٧٧٩	٠,٤٦**
١٧	٠,٧٩٠	٠,٢٩**
	المعامل العام = ٠,٧٩٤	

** دال عند مستوى (٠,٠١)

يتَّضح مِن الجدول السابق أنَّ معامل الثبات الكلي للمقياس بطريقة (معامل كودر-ريتشاردسون٢٠) مرتفع،؛ حيث بلغ معامل كودر-ريتشاردسون٢٠ العام = ٠,٧٩٤، وهذا يدل على الثبات الكلي للمقياس.

كما يُظهر الجدول أنَّ جميع معاملات الارتباط بين درجة كل سؤال والدرجة الكلية للمقياس دالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١)، وهذا يشير إلى صدق جميع أسئلة مقياس التفكير الجبري.

ومما سبق، يتَّضح صلاحية المقياس للتطبيق؛ حيث تشير الدرجة العالية لهذا المقياس إلى ارتفاع مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر)، بينما تشير الدرجة المنخفضة إلى انخفاض مهارات التفكير الجبري لديهن، وأقصى درجة يمكن أنْ تحصل عليها الطالبة على جميع أسئلة المقياس هي (١٧) درجة، بينما (الصفر) هو أقل درجة يمكن أنْ تحصل عليها.

نتائج الدراسة:

السؤال الأول:

للإجابة عن السؤال الأول: **ما مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصفوف: الثامن والتاسع والعاشر في مدينة الرياض؟** تم استخدام: المتوسطات الحسابية، واختبار (ت) T-Test للعينة الواحدة؛ لدراسة الفرق بين متوسط درجات طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر)، والقيمة التي تشير إلى ٥٠% من الدرجة الكلية لمقياس التفكير الجبري، وكانت النتائج كما في الجدول:

جدول (٤): نتائج اختبار (ت) T-Test للعينة الواحدة؛ لدراسة الفرق بين متوسط درجات طالبات الصف(الثامن والتاسع والعاشر)، والقيمة التي تشير إلى ٥٠% مِن الدرجة الكلية لمقياس التفكير الجبري.

الصف	المهارة الرئيسة	مهارات التفكير الجبري	المتوسط	الانحراف المعياري	٥٠% من الدرجة الكلية	قيمة (ت) ودلالتها.	نسبة المتوسط.
الثامن	(١)	(١-١)	٠,٧١	٠,٦٨	١	**٦,٥١	%٣٥,٣٧
		(١-٢)	٠,٥٨	٠,٧١	١	**٨,٩٨	%٢٩,٠٤
		(١-٣)	٠,٦٤	٠,٦٧	١	**٨,٠٨	%٣٢,١٠
		المجموع	١,٩٣	١,٢٥	٣	**١٢,٩٨	%٣٢,١٧
	(٢)	(٢-١)	١,٣٦	٠,٨٩	٢	**١٠,٩٧	%٣٣,٩٥
		(٢-٢)	٠,٩٤	٠,٧٥	١,٥	**١١,٢٨	%٣١,٣٠
		المجموع	٢,٣٠	١,٢٨	٣,٥	**١٤,٢٢	%٣٢,٨١
	(٣)	المجموع	١,٠٣	٠,٨٠	٢	**١٨,٤١	%٢٥,٧٦
		الدرجة الكلية.	٥,٢٦	٢,٠٣	٨,٥	**٢٤,١٤	%٣٠,٩٣
التاسع	(١)	(١-١)	٠,٣١	٠,٥١	١	**٢٠,٣٢	%١٥,٣٢
		(١-٢)	٠,٣٦	٠,٥٨	١	**١٦,٤٢	%١٨,٢٤
		(١-٣)	٠,٥٠	٠,٥٩	١	**١٢,٤٧	%٢٥,٢٣
		المجموع	١,١٨	٠,٩٨	٣	**٢٧,٦١	%١٩,٥٩
	(٢)	(٢-١)	٠,٨٣	٠,٧٦	٢	**٢٢,٩٧	%٢٠,٧٢
		(٢-٢)	٠,٦٥	٠,٧٣	١,٥	**١٧,٤٦	%٢١,٦٢
		المجموع	١,٤٨	١,١٠	٣,٥	**٢٧,٤٠	%٢١,١١
	(٣) المجموع		٠,٥٢	٠,٦٥	٢	**٣٣,٩٦	%١٢,٩٥
	الدرجة الكلية.		٣,١٧	١,٦٩	٨,٥	**٤٦,٩٠	%١٨,٦٥

م	المهارة الرئيسة	مهارات التفكير الجبري	المتوسط	الانحراف المعياري	٥٠% من الدرجة الكلية	قيمة (ت) ودلالتها.	نسبة المتوسط.
		(١-١)	٠,٦٠	٠,٦٦	١	**٩,١٨	%٢٩,٨٢
		(١-٢)	٠,٧١	٠,٦١	١	**٧,١٦	%٣٥,٤٣
		(١-٣)	٠,٥٢	٠,٦٦	١	**١٠,٨٢	%٢٦,٢٣
	(١)	المجموع	١,٨٣	١,٢١	٣	**١٤,٤٨	%٣٠,٤٩
		(٢-١)	١,٥١	٠,٩٩	٢	**٧,٣٤	%٣٧,٧٨
		(٢-٢)	١,١٦	٠,٨١	١,٥	**٦,٣٣	%٣٨,٥٧
	(٢)	المجموع	٢,٦٧	١,٤١	٣,٥	**٨,٧٩	%٣٨,١٢
	(٣).		١,١٣	٠,٨٨	٢	**١٤,٩٠	%٢٨,١٤
	الدرجة الكلية للتفكير		٥,٦٢	٢,٣٨	٨,٥	**١٨,٠٦	%٣٣,٠٨

** دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١)

يتضح مِن الجدول السابق ما يأتي:

أنَّ نسبة متوسط الدرجة الكلية لدرجات طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر) هي ٣٣,٠٨% وهي أقل بدلالة إحصائية مِن القيم التي تشير إلى ٥٠% لجميع مهارات التفكير الجبري الرئيسية والفرعية، حيث امتدت نسب متوسطات طالبات الصف الثامن مِن ٢٥,٧٦% إلى ٣٢,٨١% من الدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري الرئيسية، كما بلغ نسبة متوسطها ٣٠,٩٣% من الدرجة الكلية للمقياس التفكير الجبري، كذلك امتدت نسب متوسط طالبات الصف التاسع من ١٢,٩٥% إلى ٢١,١١% من الدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري الرئيسية، وبلغ نسبة متوسطها ١٨,٦٥% من الدرجة الكلية لمقياس

التفكير الجبري، كما امتدت نسب متوسط طالبات الصف العاشر من ٢٨,١٤% إلى ٣٨,١٢% من الدرجة الكلية لمقياس التفكير الجبري بمهارته الرئيسية والفرعية، وبلغ نسبة متوسطها ٣٣,٠٨% من الدرجة الكلية لمقياس التفكير الجبري، وهذا يشير إلى تدني مستوى التفكير الجبري لدى طالبات الصف الثامن والتاسع والعاشر.

ومن إجمالي نتائج السؤال الأول يتضح انخفاض مستوى جميع مهارات التفكير الجبري الرئيسية والفرعية، والدرجة الكلية للتفكير الجبري عن متوسط كلٍّ منها لدى طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر)، ويظهر الانخفاض الأقل لدى طالبات الصف التاسع مقارنة بطالبات الصفين الثامن والعاشر؛ حيث أظهرت النسب والمتوسطات أنَّ ترتيب الصفوف بحسب مستوى التفكير الجبري تصاعديا هو الصف التاسع، ثم الثامن، ثم العاشر.

كما أظهرت النتائج أن نسب متوسطات المهارات الرئيسة للتفكير الجبري للصفوف الثلاث ممثلة على النحو الآتي:

جدول (٥): نسب متوسطات مستوى مهارات التفكير الجبري لدى الصفوف الثلاث (٨، ٩، ١٠).

مهارات التفكير الجبري الرئيسية.	نسب متوسطات مهارات التفكير الجبري الرئيسة.		
	الثامن	التاسع	العاشر
(١) تمثيل العلاقات والدوال.	%٣٢,١٧	%١٩,٥٩	%٣٠,٤٩
٢) فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية.	%٣٢,٨١	%٢١,١١	%٣٨,١٢
(٣) الاستدلال المنطقي؛ لمعالجة أو حل المشكلات.	%٥٧,٦٧	%١٢,٩٥	%٢٨,١٤

حيث يتضح أنَّ الترتيب التنازلي لنسب متوسطات مهارات التفكير الجبري لدى الصفوف الثلاث هي: مهارة فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية، تلاها مهارة تمثيل العلاقات والدوال، وأخيرا مهارة الاستدلال المنطقي.

وبالرغم من أن المهارة الأعلى هي فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية، إلا أن إجابات الطالبات أظهرت قصورا في الفهم؛ وقدرة منخفضه في استخدام القواعد والإجراءات.

كما أظهرت النتائج أن طالبات الصف العاشر حققن النسبة الأعلى في جميع المهارات مقارنة بالصفين الثامن والتاسع، باستثناء مهارة تمثيل العلاقات والدوال التي كانت النسبة الأعلى فيها لطالبات الصف الثامن.

وترى الباحثة أنَّ نتائج إجابات طالبات الصفوف الثلاث أظهرت غياب المعرفة البنائية الجبرية لدى الطالبات، والتي قد تعود إلى ضعف الاستيعاب المفاهيمي للمحتوى الجبري المجرد، الأمر الذي جعل الطالبات يجدن صعوبة في استخدام القواعد والإجراءات الصحيحة؛ لمعالجة وحل المسائل الجبرية. وهذا الضعف قد يكون سببه تركيز المعلمات عند عرض الدروس على الإجراءات والنتيجة النهائية، دون إعطاء الطالبات الوقت الكافي لامتلاك الاستيعاب المفاهيمي اللازم للمحتوى الجبري.

كما ترى الباحثة أنَّ النتيجة التي توصلت إليها الدراسة من الترتيب التنازلي لمستوى مهارات التفكير الجبري لدى طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) يتناسب مع التدرج في مستويات التفكير من الدنيا إلى العليا، فكل من التمثيل والاستدلال يتطلبان فهمًا مسبقًا للمحتوى، وقدرة على إيجاد الروابط والعلاقات بينها، وهذا لا يتحقق إلا بوجود فهم للبنى الجبرية والعلاقات فيما بينها؛ حيث تعد المعرفة المفاهيمية القاعدة التي يبني عليها المتعلمون كفاءتهم في تعلم الرياضيات،

والذي يعد أحد أهم مؤشراتها قدرة الطالب على تمثيل المواقف الرياضية بطرق مختلفة، ومعرفة الاختلافات (NRC,2001)، كما أنَّ الاستيعاب المفاهيمي لا يتحقق إلا عبر سلسلة من المراحل تبدأ بمعرفة وجمع الحقائق، ثم خلق الاتصال بين هذه الحقائق والمعارف، ثم الربط والتوصيل بينها، انتهاءً بمرحلة إدراك المفاهيم والحقائق واستيعابها(Mills,S,2016)، فالاستيعاب المفاهيمي سيعين الطلاب على الاستدلال الرياضي الذي يتطلب توظيف الطلاب فهمهم، وربط ملاحظاتهم بمعارفهم السابقة لإعادة هيكلة وتشكيل المعرفة الجديدة.

لذا حين ظهر الضعف في أدنى مستوى من مستويات التفكير وهو فهم واستخدام التعبيرات والبنى الجبرية تبعها ضعف أشد في بقية المستويات العليا.

وتتفق نتائج هذا السؤال من تدني مستوى التفكير الجبري لدى طالبات المرحلة المتوسطة والثانوية مع العديد من الدراسات، مثل:

MAP,2008;Stoelinga&Lynn,2013;Booth&Davenport,2013;Strand&Mills,2014

نتائج السؤال الثاني:

للإجابة عن السؤال الثاني الذي ينص على: "**هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر) في مستوى نمو التفكير الجبري؟**".

أظهرت نتائج السؤال الأول أنَّ هناك انخفاضًا في مستوى الصفوف الثلاث وفق الترتيب التصاعدي لمستوى التفكير الجبري(٩، ٨، ١٠)؛ لذا تطلب الأمر معرفة ما إذا كان هذا الفرق ذا دلالة إحصائية، وعليه تم استخدام: تحليل التباين متعدد المتغيرات التابعة Multivaraite Analysis of MANOVA Variance. واختبار أقل فرق دال LSD (Least significant difference)؛

لمعرفة اتجاه الفروق الدالة إحصائيًا بعد استخدام تحليل التباين متعـــدد المتغيـــرات التابعة. ونتائج هذا السؤال في الجدولين الآتيين:

جدول (٥): نتائج تحليل التباين متعدد المتغيرات التابعة؛ لدلالة الفروق بين طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر) في مستوى نمو التفكير الجبري.

مصدر التباين	المتغيرات التابعة	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف) ودلالتها	مستوى الدلالة
الصف الدراسي	(١-١) التعرف إلى الدوال والمقارنة بين تمثيلاتها وتكافؤها.	١٩,٢٥	٢	٩,٦٣	٢٥,٠١	٠,٠١
	(١-٢) تمثيل الدوال رمزيا.	١٣,٤٣	٢	٦,٧١	١٦,٧٣	٠,٠١
	(١-٣) تمثيل الدوال بيانيا أو جدوليا.	٢,٥٠	٢	١,٢٥	٣,٠٤	٠,٠٥
	(١) تمثيل العلاقات والدوال.	٧٥,١١	٢	٣٧,٥٥	٢٨,٢٣	٠,٠١
	(٢-١) تمثيل وفهم العلاقات الكمية.	٥٧,١١	٢	٢٨,٥٥	٣٦,٤٣	٠,٠١
	(٢-٢) استخدام المتغيرات؛ للتعبير عن مواقف حياتية.	٢٨,٩٣	٢	١٤,٤٧	٢٤,٨١	٠,٠١
	(٢) فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية.	١٦٥,٢٣	٢	٨٢,٦١	٥١,١١	٠,٠١
	(٣) الاستدلال المنطقي؛ لحل المشكلات.	٤٧,٦١	٢	٢٣,٨١	٣٩,٠٨	٠,٠١

مصدر التباين	المتغيرات التابعة	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف) ودلالتها	مستوى الدلالة
	الدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري.	٧٨٠,١٦	٢	٣٩٠,٠٨	٩٢,٤٣	٠,٠١
الخطـأ	(١-١) التعرف إلى الدوال والمقارنة بين تمثيلاتها وتكافؤها.	٢٥٨,٢٥	٦٧١	٠,٣٨		
	(١-٢) تمثيل الدوال رمزيا.	٢٦٩,٢٦	٦٧١	٠,٤٠		
	(١-٣) تمثيل الدوال بيانيا أو جدوليا.	٢٧٥,٧٥	٦٧١	٠,٤١		
	(١) تمثيل العلاقات والدوال.	٨٩٢,٥٦	٦٧١	١,٣٣		
	(٢-١) تمثيل وفهم العلاقات الكمية.	٥٢٥,٨٦	٦٧١	٠,٧٨		
	(٢-٢) استخدام المتغيرات؛ للتعبير عن مواقف حياتية.	٣٩١,٢٥	٦٧١	٠,٥٨		
	(٢) فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية	١٠٨٤,٦٤	٦٧١	١,٦٢		
	(٣) الاستدلال المنطقي؛ لحل المشكلات.	٤٠٨,٧٠	٦٧١	٠,٦١		
	الدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري.	٢٨٣١,٦٥	٦٧١	٤,٢٢		

يتضح من الجدول السابق: وجود فرق دال إحصائيًا (عند مستوى ٠,٠١ أو ٠,٠٥) بين طالبات الصف (الثامن والتاسع والعاشر) في جميع المهارات الرئيسية والفرعية، والدرجة الكلية لمقياس التفكير الجبري.

جدول (٦): نتائج اختبار أقل فرق دال (LSD)؛ لتحديد اتجاه الفروق الدالة إحصائيًا في مهارات التفكير الجبري التي ترجع إلى الصف الدراسي.

المهارات الرئيسية والفرعية	الصف الدراسي	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الصف الدراسي		
					الثامن	التاسع	العاشر
(١-١) التعرف إلى الدوال والمقارنة بين تمثيلاتها وتكافؤها.	الثامن	٢٢٩	٠,٧١	٠,٦٨	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٣١	٠,٥١	**٠,٤٠	–	
	العاشر	٢٢٣	٠,٦٠	٠,٦٦	٠,١١	**٠,٢٩	–
(١-٢) تمثيل الدوال رمزيا.	الثامن	٢٢٩	٠,٥٨	٠,٧١	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٣٦	٠,٥٨	**٠,٢٢	–	
	العاشر	٢٢٣	٠,٧١	٠,٦١	*٠,١٣	**٠,٣٤	–
(١-٣) تمثيل الدوال بيانيا أو جدوليا.	الثامن	٢٢٩	٠,٦٤	٠,٦٧	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٥٠	٠,٥٩	*٠,١٤	–	
	العاشر	٢٢٣	٠,٥٢	٠,٦٦	*٠,١٢	٠,٠٢	–
(١) تمثيل العلاقات والدوال.	الثامن	٢٢٩	١,٩٣	١,٢٥	–		
	التاسع	٢٢٢	١,١٨	٠,٩٨	**٠,٧٥	–	
	العاشر	٢٢٣	١,٨٣	١,٢١	٠,١٠	**٠,٦٥	–

المهارات الرئيسية والفرعية	الصف الدراسي	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الصف الدراسي		
					الثامن	التاسع	العاشر
(٢-١) تمثيل وفهم العلاقات الكمية.	الثامن	٢٢٩	١,٣٦	٠,٨٩	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٨٣	٠,٧٦	**٠,٥٣	–	
	العاشر	٢٢٣	١,٥١	٠,٩٩	٠,١٥	**٠,٦٨	–
(٢-٢) استخدام المتغيرات؛ للتعبير عن مواقف حياتية.	الثامن	٢٢٩	٠,٩٤	٠,٧٥	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٦٥	٠,٧٣	**٠,٢٩	–	
	العاشر	٢٢٣	١,١٦	٠,٨١	**٠,٢٢	**٠,٥١	–
(٢) فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية.	الثامن	٢٢٩	٢,٣٠	١,٢٨	–		
	التاسع	٢٢٢	١,٤٨	١,١٠	**٠,٨٢	–	
	العاشر	٢٢٣	٢,٦٧	١,٤١	**٠,٣٧	**١,١٩	–
(٣) الاستدلال المنطقي لحل المشكلات.	الثامن	٢٢٩	١,٠٣	٠,٨٠	–		
	التاسع	٢٢٢	٠,٥٢	٠,٦٥	**٠,٥١	–	
	العاشر	٢٢٣	١,١٣	٠,٨٨	٠,٠٩	**٠,٦١	–
الدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري.	الثامن	٢٢٩	٥,٢٦	٢,٠٣	–		
	التاسع	٢٢٢	٣,١٧	١,٦٩	**٢,٠٩	–	
	العاشر	٢٢٣	٥,٦٢	٢,٣٨	*٠,٣٧	**٢,٤٥	–

- تشير إلى أنَّ الفرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠٥)، ** تشير إلى أنَّ الفرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١).

يتضح من الجدول السابق:

أنَّ متوسطات درجات طالبات الصف الثامن في جميع المهارات الرئيسية، والمهارات الفرعية، والدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري أعلى بدلالة إحصائية من نظائرها لدى طالبات الصف التاسع.

وأنَّ متوسطات درجات طالبات الصف العاشر في جميع المهارات الرئيسية، والمهارات الفرعية، والدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري أعلى بدلالة إحصائية من نظائرها لدى طالبات الصف التاسع، وذلك باستثناء فرق واحد غير دال إحصائيًا في حالة مهارة فرعية واحدة (تمثيل الدوال بيانيا أو جدوليا).

كما أنَّ متوسطات درجات طالبات الصف العاشر في جميع المهارات الرئيسية، والمهارات الفرعية، والدرجة الكلية لمهارات التفكير الجبري أعلى بدلالة إحصائية من نظائرها لدى طالبات الصف الثامن، وذلك باستثناء ثلاثة فروق غير دالة إحصائيا في حالة المهارات الفرعية الثلاث: (التعرف إلى الدوال والمقارنة بين تمثيلاتها وتكافُئِها، تمثيل وفهم العلاقات الكمية، الاستدلال المنطقي؛ لمعالجة أو حل المشكلات).

ومن إجمالي نتائج السؤال الثاني يتضح أنَّ مستوى التفكير الجبري (سواء المهارات الفرعية أو الرئيسية أو الدرجة الكلية) يتزايد لدى الطالبات تزايدًا طرديًا بزيادة المرحلة الدراسية في حالة المقارنة بين طالبات الصف التاسع وطالبات الصف العاشر، وكذلك عند المقارنة بين طالبات الصف الثامن وطالبات الصف العاشر، إلا أنَّه عند المقارنة بين طالبات الصفين الثامن والتاسع نجد أنَّ الزيادة في مستوى التفكير الجبري (سواء المهارات الفرعية أو الرئيسية أو الدرجة الكلية) ليست طردية؛ بل عكسية.

وترى الدارسة أنَّ ما أظهرته نتائج الدراسة مِن نمو التفكير الجبري، مع تقدم الصف الدراسي يتفق مع دراسة (ترهي، ١٠١٠)؛ حيث ترى الباحثة أن هذا يتفق مع خصائص النمو وعامل الخبرة التي يمر بها المتعلم، فمن خلال اطلاع الباحثة على مصفوفة المدى والتتابع، وكذلك أهداف تعلم الجبر، والكفايات الجبرية اللازمة لطلاب المرحلتين، لاحظت أنَّ مفردات المحتوى الجبري في الصفوف الثلاث (٨، ٩، ١٠) تزيد بالتقدم الدراسي، وتهدف إلى تطوير قدرة الطالبات على التعميم والترميز، من خلال تزويد الطالبات بخبرات جبرية أعمق وأكثف، فالتفكير الجبري يتشكل من تعميمات الطلاب، وقدرتهم على التجرد من التفكير الحسابي والكمّي، وهذه القدرة هي التي تجعل الطلاب يتفاوتون في مستوى تفكيرهم الجبري (Thompson,2013,Kaput,2008).

كما ترى الدارسة أنَّ عدم تحقق النمو في التفكير الجبري داخل المرحلة المتوسطة بين طالبات الصف التاسع مقارنة بالصف الثامن قد يعود سببه إلى عدم وجود توازن في توزيع مفردات المحتوى الجبري بين الصفوف الثلاث؛ حيث تُظهر المصفوفة كثافة المحتوى الجبري في الصف التاسع، الأمر الذي يحقق التدرج والتوسع في المفردات الجبرية السابقة، بالإضافة إلى طرح مفردات جديدة وذات كم معرفي مكثف وعميق في جانب الدوال والعلاقات، وفي حل المعادلات، مثل:(تمثيل دالة القيمة المطلقة بيانيا، وتمثيل الدالة التربيعية، ومعادلة محور تناظر دالة تربيعية، وإحداثيات رأس القطع المكافئ، وحل معادلة تربيعية بيانيا، وتقدير حلول معادلات تربيعية بواسطة الرسم، وتمثيل الدوال الأسيّة، وتشخيص السلوم الأسّي للمتباينات، النمو والاضمحلال الأسّي) وكذلك في حل المعادلات: (حل معادلات تربيعية، واستخدام المميز لمعرفة عدد حلول معادلة تربيعية، وحل معادلة جذرية، وحل نظام معادلتين خطيتين جبريا، وحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة لكثيرات حدود)، فتركيز هذا الكم المعرفي الكبير في هذا الصف والذي يغلب عليه

مفاهيم جديدة قد يكون أثقل على الطالبات التعامل مع تلك المفاهيم الجبرية الجديدة، مع وجود ضعف في الاستيعاب المفاهيمي للمفردات الرئيسة، بالإضافة إلى أنَّ معظم الطالبات قد يقمن بتطبيق القواعد والإجراءات دون استيعاب للمفهوم، وهذا ما أظهرته نتائج الدراسة.

كما ترى الدارسة أنَّ التقدم في مستوى التفكير الجبري لطالبات الصف الثامن مقابل طالبات الصف التاسع قد يكون سببه أيضا أنَّ جميع طالبات الصف الثامن قد تعرضن لخطة تدريبية مركزة تم فيها تدريبهن على الاختبارات الدولية وتنمية التفكير الرياضي، الأمر الذي قد يكون ساهم في رفع مستوى تفكيرهن الجبري بدرجة أعلى من طالبات الصف التاسع.

نتائج السؤال الثالث:

للإجابة عن السؤال الثالث الذي ينص على: " **ما الأخطاء الجبرية الشائعة لدى ٣٠% فأكثر من طالبات الصف(الثامن، والتاسع، والعاشر)؟ وهل تختلف الأخطاء الجبرية باختلاف الصف الدراسي؟** " تم استخدام: التكرارات والنسب المئوية. ونتائج هذا السؤال كما هو في الجدولين الآتيين:

جدول (٧): التكرارات والنسب المئوية للأخطاء الجبرية الشائعة لدى ٣٠% فأكثر من طالبات الصف (الثامن، والتاسع، والعاشر).

السؤال	البديل ونوع الخطأ.	الثامن		التاسع		العاشر	
		العدد	%	العدد	%	العدد	%
١	ج- خطأ مفاهيمي في مفهوم الدالة. اكتفت الطالبات بالتحقق من وقوع أول نقطة في الجدول على المستقيم فقط.			٨٧	%٣٤,٨	٧٥	%٣٣,٧
٢	أ- خطأ تعميمات - تعاملت مع قيمة الحد فقط كمتتابعة حسابية، واستخدمت الحد الأول لتوليد البقية دون النظر الى الترتيب.			٨٧	%٣٤,٨	١٣١	%٥٩
٣	ج- خطأ مفاهيمي في ترتيب الزوج المرتب.					٨٠	%٣٦
٤	ب- خطأ مفاهيمي في مفهوم الميل، حيث لم يتم تفسير الرسم البياني لموقع النقاط في المعادلة: (الميل، والجزء المقطوع من ص).					٧٥	%٣٣,٣
	د- خطأ مفاهيمي في مفهوم الإشارة السالبة.			٩٩	%٤٠,٣	٧٨	%٣٤,٧

المفردات	البديل ونوع الخطأ.	الثامن		التاسع		العاشر	
		العدد	%	العدد	%	العدد	%
٥	ج- خطأ مفاهيمي في مفهوم المتغير حيث ظهر ضعف استيعاب قرائي متمثل في عدم التركيز على معنى العدد.	١٠٢	%٤٤,٧				
٨	أ-خطأ مفاهيمي، في مفهوم الدالة، اكتفت بالتعويض بنقطة واحده فقط	٨١	%٣٥,٥				
٩	ب- خطأ إجراءات- حيث تم اجراء قسمة خاطئة.	٨٠	٣٥,١ %	١٠١	٧٥,٧ %	١١١	%٥٠
١٠	أ-خطأ مفاهيمي: قيمة الميل =-٢ وموقع تمثيله البياني؛ حيث تم اختيار الشكل الذي ميله ٢ دون النظر لموقع الميل السالب.	٧١	%٣١,١	٧٤	%٣٣,٥	٧١	%٣٢

السؤال	البديل ونوع الخطأ.	الثامن		التاسع		العاشر	
		العدد	%	العدد	%	العدد	%
١١	أ-خطأ مفاهيمي، إدراك معنى الضعف وأضعاف، وكذلك اعتبار ٨+س= ٨س. خطأ في ترجمة العبارة اللفظية إلى دلالتها الرياضية، والتعبير عنها برموز رياضية.			٧٠	٣١,٧%	٧٤	٣٣,٣%
	ب-خطأ في تجاهل المتغير. حيث ترجمت مستطيل طوله ٤ أضعاف عرضه. إلى أن العرض س، والطول ٤.	٩٣	٤٠,٧%	٧٠	٣١,٧%	٩٥	٤٢,٧%
١٢	ب-خطأ اجرائي: ضعف في قراءة السؤال ومتطلباته. أوجدت قيمة المجهول في المعادلة الأولى فقط.	٧٤	٣٢,٥%	٧٦	٣٨,٥%	٧٩	٤٠,١%

السؤال	البديل ونوع الخطأ.	الثامن		التاسع		العاشر	
		العدد	%	العدد	%	العدد	%
	ج- خطأ إجراءات، خطأ في الإجراءات الحسابية، بالإضافة إلى ضعف في قراءة المطلوب. ناتج حل المعادلة الأولى، وإيجاد قيمة س دون إكمال القسمة على معامل س.	٧٤	٣٢,٥%				
١٣	أ-خطأ في مفهوم التكافؤ وشروطه. جميع البدائل ليست في أبسط صورة، والطالبات لاحظن أن جميع البدائل بها٤س باستثناء البديل أ، لذا تم اختياره بالرغم من أن جميع البدائل ليست في أبسط صورة.					٧١	٣١%
	ج- خطأ مفهوم التكافؤ وشروطه نفس الخطأ السابق حيث الخيار ج بصورته الأولية لايوجد به (س -٢).	٧٣	٣١%				

السؤال	البديل ونوع الخطأ.	الثامن		التاسع		العاشر	
		العدد	%	العدد	%	العدد	%
١٥	أ-خطأ مفاهيمي في فهم المتغير، وضعف استيعاب قرائي اعتبرت الطالبات الرمز ع دلالة على عدد اللوحات وليس على الأيام.	١٠٠	٤٣,٩%	٩٥	٨٣%	١٠٧	٦٧,٤%
١٧	ب-خطأ مفاهيمي في مفهوم اتجاه الميل والإشارة السالبة.	٧٠	٣٠,٧%			٧٠	٣١,٥%
	د-خطأ في التعميمات. تطبيق قانون الميل بالعكس.			٧١	٦٢,١%	٣٧	٢٣,٤%

يتضح من الجدول أنَّ عدد الأخطاء المشتركة للصفوف الثلاث، والتي أخطأ فيها أكثر من ٣٠% من طالبات عينة الدراسة هي خمسة أسئلة: (٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٥).وهي موضحة كما يلي:

السؤال التاسع: الخطأ إجرائي؛ حيث اختارت الطالبات الزوج المرتب (٠، ٣)، وهذا يوضح أنَّ الطالبات لديهن فهم لمعنى خط مستقيم يقطع المحور الصادي لاختيارهن الزوج المرتب الذي إحداثيه السيني يساوي صفرًا، وعند حل المعادلة؛ لإيجاد الإحداثي الصادي أهملن الإشارة السالبة التابعة لمعامل ص، ٣ص= ٦، وقسمن تقسيمًا خاطئًا.

وفي السؤال العاشر: الخطأ مفاهيمي؛ في مفهوم الميل السالب، حيث أظهرت الطالبات قدرة على إيجاد ميل مستقيم ممثل بيانيا كإجراءات، دون أنْ يكون هناك تصور لموقع التمثيل البياني للمستقيم الذي ميله قيمة سالبة.

وفي السؤال الحادي عشر: كان الخطأ مفاهيمي؛ في مفهوم الضعف وأضعاف، حيث ترجمت الطالبات العبارة اللفظية الخاصة بمحيط مستطيل (طوله أربعة أضعاف عرضه) إلى عبارة رمزية وطبقن القاعدة الصحيحة للمحيط، حيث اعتبرن الطول ٤ والعرض س، ولكن تم تجاهل المتغير المرتبط بالطول.

وفي السؤال الثاني عشر: خطأ إجرائي: حيث اكتفت الطالبات بحل المعادلة الأولى وإيجاد قيمة المجهول س، ولم تكمل الحل.

وفي السؤال الخامس عشر: الخطأ مفاهيمي في فهم المتغير ودلالته، وهذا بسبب ضعف فاستيعابهم القرائي للمسألة.

بالإضافة لتلك الأخطاء، كان هناك خمسة أخطاء أخرى اشترك بها طالبات الصف التاسع والعاشر وهي الأسئلة (١ج، ٢أ، ٤د، ١١أ، ١٧د). وهي موضحة كما يلي:

في السؤال الأول: الخطأ مفاهيمي في مفهوم الدالة، حيث تطلب السؤال تحديد الجدول الذي يمثل دالة معطى معادلتها وتمثيلها البياني، واختار الطالبات البديل الذي تنطبق أول نقطة فيه على الدالة فقط.

وفي السؤال الثاني: الخطأ تعميمات، حيث تعاملت الطالبات مع قيمة الحد فقط كمتتابعة حسابية، واستخدموا الحد الأول لتوليد الحد الثاني وهكذا بدون النظر الي الترتيب.

وفي السؤال الرابع: الخطأ مفاهيمي، لموقع المستقيم الذي ميله قيمة سالبة.

وفي السؤال الحادي عشر: الخطأ مفاهيمي في عبارة(أربعة أضعاف)؛ حيث اعتبرن عبارة طوله ٤ أضعاف عرضه تعني: ٤×٢.

وفي السؤال السابع عشر: الخطأ تعميمات، حيث طبق الطالبات قانون الميل بالعكس.

ومما سبق، يتضح أنَّ معظم أخطاء الطالبات الشائعة في الصفوف الثلاث تشير إلى قصورهن المفاهيمي في مفهوم المتغير ومعامله، والإشارة السالبة، وطرق إجراء العمليات الحسابية.

كما ظهر أن طالبات الصف التاسع لديهن ضعف في مفهوم الدالة، وأيضا في مفهوم قيمة الميل السالبة، وفي تمثيلها البياني. وأيضا في مفهوم الإشارة السالبة الذي يعدُّ من المفاهيم الخاطئة الشائعة لدى الطالبات؛ حيث تهمل الطالبات الإشارة السالبة عند إتمام العمليات الحسابية، أو عند إيجاد قيمة الميل. وهذا يتفق مع ما أظهرته نتائج الدراسات السابقة، مثل: (Cushman,2006;Welder,2012; Booth,Barbieri,Eyer&Pare-Blagoev,2014)، كما يتفق مع ما أظهرته الدراسات السابقة من أن لدى الطلاب صعوباتٍ في فهم بناء جملة التعبيرات الجبرية أو صياغتها، وقصورًا معرفيًا في إجراءات تحويل المعادلات(NMAP,2008).

وقد لاحظت الباحثة أيضا أنَّ لدى الطالبات ضعفًا في ترجمة المسائل اللفظية إلى صورة رمزية، أو جدولية، أو التمثيل البياني، بينما لم يجدن صعوبة في ترجمة المسألة اللفظية إلى الأشكال والرسومات؛ حيث أظهرت النتائج أنَّ جميع الطالبات أجبن على السؤال السادس عشر إجابةً صحيحة، وبمستويات عالية حين مُثِّلت العبارة اللفظية للسؤال تمثيلًا شكليًا وصوريًا، بينما كان في بقية الأسئلة اللفظية ذات التمثيل الرمزي والبياني والجدول أخطاء شائعة في التمثيل، وهذا يتفق

مع ما ذكره كودينجر، وناثان (Koedinger &Nathan,2004) مِن أنَّ ضعف الطلاب في التمثيل كان أحد الأسباب التي تجعلهم يجدون سهولة في حل المشكلات اللفظية أكثر مِن تمثيل المشكلة تمثيلًا رمزيًا.

وترى الباحثة أن السبب في ذلك قد يعود إلى أنَّ مفردات المرحلة المتوسطة ركزت على الدالة تركيزًا أكبر في الصف الثامن؛ أما الصفان التاسع والعاشر فكان التركيز على المعادلات وحلها؛ لذا ظهر ضعف طالبات الصف التاسع والعاشر في هذه المواضيع.

وبالرغم مِن تركيز محتوى الصفين التاسع والعاشر لمعادلات الخط المستقيم، إلا أنَّ إجابات الطالبات أظهرت أنَّ لديهن معرفة بالقواعد الإجرائية، لكنهن لا يملكن المعرفة المفاهيمية لقيمة كل متغير ومعناه، ومعنى القيمة السالبة للميل، ويفسر ذلك بأنَّه قد يكون بسبب تركيز العملية التعليمية على تطبيق القواعد والإجراءات دون التركيز على المعرفة المفاهيمية للدوال والمعادلات، وهذا يتفق مع ما أظهرته دراسة بوث، وكودينقر (Booth&Koedinger,2008) من أنَّ المفاهيم الخاطئة لطلاب المرحلة المتوسطة والثانوية عن علامة المساواة والإشارة السلبية تمثل مشكلة في تعلم حل المعادلات الجبرية، وأنَّ الطلاب حين يبدؤون الدرس بمعرفة مفاهيمية غير صحيحة أو غير كاملة سيرتبط بها استخدام إستراتيجيات غير صحيحة ذات صلة بحل المعادلات الجبرية، وهذا يجعلهم يجدون صعوبة في حل المعادلات حلًّا صحيحًا.

توصيات الدراسة:

في ظل ما أظهرته نتائج الدراسة، توصي الدارسة بضرورة العناية بالتفكير الجبري، ومتابعة وتقويم مهاراته الأساسية، والعمل على تحليل أخطاء الطالبات الجبرية، وعمل الخطط العلاجية اللازمة؛ لتتمكن الطالبات من متابعة واستيعاب المفاهيم الجديدة، كما توصي بضرورة إجراء التوازن في المحتوى الجبري المقدم لطالبات المرحلة المتوسطة وتخفيف العبء المعرفي في الصف التاسع؛ ليتناسب مع الزمن المتاح، مع إعطاء الوقت الكافي للطالبات؛ لاستيعاب المعرفة المفاهيمية الجبرية.

مقترحات الدراسة:

في ظل نتائج الدراسة، قدمت الدراسة مجموعةً من المقترحات، منها:

إجراء دراسة لقياس التفكير الجبري في مراحل سابقة ولاحقة لهذه الدراسة، ودراسة مماثلة لدى البنين، ومقارنة النتائج بين الجنسين، ودراسة عن طرق معالجة الأخطاء المفاهيمية الشائعة لدى الطالبات، والكشف عن الأساليب التدريسية التي يستخدمها المعلمون في تدريس الجبر. ودراسة تحليلية لمحتوى الكتب عن نسب توازن المحتوى الجبري.

المراجـــــع

البرصان والعتيبي وعبد والـشايع.(٢٠١٧). مـستوى تحـصيل طلبـة المرحلـة المتوسطة في مادة الرياضيات. **مجلة العلوم التربوية**. مج٢. ع(١).

ترهي، نيفين يوسف محمد. (٢٠١٠). الأخطاء الـشائعة فـي المفـاهيم الجبريـة الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الـصفين الثامن والعاشر في القدس. (أطروحة ماجستير). جامعة بيرزيت، فلـسطين (الضفة الغربية) في ٢٠١٩/٢/٣

https://search.emarefa.net/detail/BIM-302160

شركة العبيكان للأبحاث والتطوير (٢٠١١). **مـصفوفة المـدى والتتـابع لمـادة الرياضيات وفق سلاسل ماجروهيل**. الرياض: مكتبة العبيكان.

الغافري؛ والرواحي.(٢٠١٧). فاعلية نمـوذج تروبـردج وبـايبي) Bybee and Trowbridge)البنائي في تدريس الرياضيات علـى التحـصيل والتفكيـر الجبري لدى طالب الصف التاسع الأساسي. في ٧/ ٢٠١٩/٦

http://esmapfe.eb2a.com/file/18.pdf?i=1

المعثم؛ والمنوفي.(٢٠١٧). فاعلية استراتيجية ماوراء المعرفة في تنمية التحـصيل الرياضي ومهارات التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثالـث المتوسـط. **مجلة العلوم التربوية**. مج٢. ع(١).

Barrera, R. R.; Medina, M. P., & Robayna, M. C. (2004). Cognitive abilities and errors of students in secondary school in algebraic language processes. In D. E. McDougall & J. A.

Barrera, R. R.; Medina, M. P., & Robayna, M. C. (2004). Cognitive abilities and errors of students in secondary school in algebraic language processes. Retrieved March,

2019 from: **http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.689.4606&rep=rep1&type=pdf#page=272**

Booth J. L., & Davenport J. L. (2013). The role of problem representation and feature knowledge in algebraic equation solving. **Journal of Mathematical Behavior, 32**(3), 415–423.

Booth, J. L., & Koedinger, K. R. (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. Retrieved aprl, 2019 from:. **https://pdfs.semanticscholar.org/ebcd/e07919d049b73d44702c549b8c1aa71683e5.pdf**

Booth, J. L., & Koedinger, K. R. (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society (pp.571–576). Retrieved aprl, 2019 from:

https://pdfs.semanticscholar.org/ebcd/e07919d049b73d44702c549b8c1aa71683e5.pdf

Booth, J.L., Koedinger, K.R., & Siegler, R.S. (2007). The effect of prior conceptual knowledge on procedural performance and learning in algebra. Proceedings of the 29th Annual Cognitive Science Society. Austin, TX: Cognitive Science Society. Retrieved mar, 2019 from **https://escholarship.org/uc/item/52r2x0pd**

Booth, L. R.; Barbieri, C.; Eyer, F., & Pare-Blagoev, E. J. (2014). Persistent and Pernicious Errors in Algebraic

Problem Solving. **Journal of Problem Solving, 7**(1), 10-23.

Booth, L. R.; Barbieri, C.; Eyer, F., & Pare-Blagoev, E. J. (2014). Persistent and Pernicious Errors in Algebraic Problem Solving. Journal of Problem Solving, 7(1), 10-23. Retrieved july, 2019 from **https://docs.lib.purdue.edu/jps/vol7/iss1/3/**

Cangelosi, R., Madrid, S., Cooper, S., Olson, J., & Hartter, B. (2013). The negative sign and exponential expressions: Unveiling students' persistent errors and misconceptions. **The Journal of Mathematical**

Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). **Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades**. Madison, WI: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Cheng-Yao, L., Yi-Yin, K., & Yu-Chun, K. (2014). Changes in pre-service teachers' algebraic misconceptions by using computer-assisted instruction. International Journal for Technology in Mathematics Education, 21(3), 21–30. Retrieved july, 2019 from: **https://search.proquest.com/openview/c1edbea4fbfa0c4682b3990dcadf27c4/1?pq-origsite=gscholar&cbl=29124**

Cushman, J. (2006). A study of changes in students' understanding of three algebraic concepts: variables, expressions, and equality. **Unpublished PhD. Dissertation**. University of Texas: Austin.

Edwards, T. G. (2000). Some big ideas of algebra in the middle grades. **Mathematics Teaching in the Middle School, 6**(1), 26-32.

Egodawatte, G. (2011). Secondary school students' misconceptions in algebra, Unpublished Ph. D. Thesis, University of Toronto, Canada, Retrieved july, 2019 from **http://journal.uad.ac.id/index.php/EduLearn/article/view/9556**.

Egodawatte, Gunawardena.(2011). Secondary School Students' Misconceptions in Algebra. **Unpublished PhD. Dissertation**. Ontario Institute for Studies in Education. University of Toronto.

Gardella, F. J. (2009). **Introducing difficult mathematics topics in the elementary classroom: A teacher's guide to initial lessons**. New York: Routledge, Taylor and Francis.

https://mathandteaching.org/uploads/Articles_PDF/articles-01-kriegler.pdf

Kaput (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.). **Algebra in the early grades** (pp. 5–17). New York:Lawrence Erlbaum.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L.

Blanton (Eds.), **Algebra in the early grades** (pp. 5–17). New York, NY: Taylor & Francis Group.

Karin, B. (2011). Pressing dilemmas: meaning□making and justification in mathematics teaching. **Journal of Curriculum Studies**.

Knuth, E. J.; Alibali, M. W.; Hattikudur, S.; McNeil, N. M., & Stephens, A. C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. **Mathematics Teaching in the Middle School, 13**(9), 514–519.

Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. **The Journal of Learning Sciences, 13**(2), 129–164.

Kriegler, S. (2002). "Just What is Algebraic Thinking?", Algebraic Concepts in the Middle School: A Special Edition of Mathematics Teaching in the Middle School. Retrieved aprl, 2019 from:

Lim, K. S.(2010). An error analysis of Form 2 students in simplifying algebraic expressions: a descriptive study. **Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 8**(1),139-162.

Mills, S. (2016). Conceptual understanding: A concept analysis. **The Qualitative Report, 21**(3), 546.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston VA: NCTM.

National Institute of Education. (2014). Mathematics in the National Curriculum Key Stage 2 (Grades 4, 5, & 6). Maldives: National Institute of EducationNtsohi, M.M. (2013). Investigating Teaching And learning of Grade 9 Algebra Through Excel Spreadsheet: A Mixed-Methods Case Study For Leshoto. **Unpublished PhD. Dissertation**. Stellenbosch: Stellenbosch University.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: Report of the national mathematics advisory panel. Washington, DC: U.S. Department of Education. Retrieved july, 2019 from: **https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf**

Olive, J., & Çağlayan, G. (2008). Learners' difficulties with quantitative units in algebraic word problems and the teacher's interpretation of those difficulties. **International Journal of Science and Mathematics Education, 6**(2), 269–292.

Smith, J., & Phillips, E. (2000). Listening to middle school students' algebraic thinking. **Mathematics Teaching in the Middle School, 6**(3), 156-161.

Stoelinga, T., & Lynn, J. (2013). Algebra and the underprepared learner. UIC Research on Urban Education Policy Initiative Policy Brief, 2(3), 1–16. Retrieved july, 2019 from: **https://s3.amazonaws.com/cemse/our_work/c-stemec/Algebra-and-Underprepared-Learner.pdf**

Strand, K., & Mills, B. (2014). Mathematical content knowledge for teaching elementary mathematics: A focus on algebra. **The Mathematics Enthusiast**, 11(2), 385–432.

Suggate, J., Davis, A., & Goulding, M. (2006). **Mathematical knowledge for primary teachers** (pp. 127-141). Great Britain: David Fulton Publishers.

Tennant, G., & Colloff, K. (2014). Fruit salad algebra: Alive and kicking!. **Mathematics Teaching**, (239), 40-43.

Thompson, P. W. (2013). In the absence of meanin. In K. Leatham (Ed.). **Vital directions for research in mathematics education** (pp. 57–93). New York: Springer.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), The ideas of algebra, K – 12: 1988 yearbook (pp. 8-19). National Council of Teachers of Mathematics. Retrieved aprl, 2019 from: **http://www.math.wisc.edu/~kwon/135Spring2014/alg.pdf**

Van Amerom, B. A.(2003) Focusing on Informal Strategies When Linking Arithmetic to Early Algebra. **Educational Studies in Mathematics, 54**(1), 63-75.

Van de Walle, J.; Folk, S.; Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2011). **Elementary and Middle School Mathematics Methods: Teaching Developmentally** (3rd Canadian edition). Ontario: Pearson Education Canada.

Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in „negativity□. **Learning and Instruction, 14**, 469-484..

Welder, R. M. (2012). Improving algebra preparation: Implications from research on student misconceptions and difficulties. School Science and Mathematics, 112(4), 255-264. Retrieved july, 2019 from: **https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ794244.pdf.**